

# 用离散元模拟颗粒堆积问题

李艳洁, 徐 泳

(中国农业大学 理学院, 北京 100083)

**摘 要:** 颗粒堆积是农业工程中的常见现象。堆积休止角反映了散体颗粒群综合作用的宏观特征, 用离散元法研究颗粒堆积问题有助于认识堆积的细观力学机理和评估所采用模型的适用性。为此, 用颗粒离散元法模拟了颗粒二维堆积问题, 采用有级配的粒度分布的圆球颗粒群分析了颗粒摩擦系数、密度及粒度对堆积休止角的影响。模拟结果表明: 在同等条件下, 颗粒堆积的休止角随颗粒及底板摩擦系数的增大而增大, 随颗粒密度的增大而减小。

**关键词:** 农业工程; 颗粒堆积; 离散元法; 散体力学; 休止角

中图分类号: S126

文献标识码: A

文章编号: 1003-188X(2005)02-0057-03

## 1 引言

对散体的宏观和细观力学行为的研究, 是与颗粒学相关各应用领域的重要课题。由于农业机械化或农业工程领域涉及到颗粒学的问题很多, 在理论和数值方法上长期未得到突破。依赖于现代计算技术的离散元法是研究此类问题的有力工具。在 Cundall<sup>[1]</sup>提出离散元法后, 各国研究者在其基础上发展了不同的接触模型和计算程序, 进行了许多应用模拟。其中, Thornton 等发展了基于颗粒接触力学的离散元模型, 并形成圆球颗粒程序的 TRUBAL - Aston 版, 完成了不少颇有价值的模拟研究。

颗粒堆积是散体力学典型的基本问题, 休止角是最能反映散体颗粒群综合宏观特征的量。用离散元法研究颗粒堆积有助于认识堆积的细观力学机理和评估所采用模型的适用性, 国外学者比较重视。如诺贝尔奖得主 Gennes 曾专门对堆积散体的崩塌/雪崩 (Avalanches) 进行过理论研究; Zhou 等<sup>[4,5]</sup>用改造的 DEM 程序对玻璃珠的堆积进行了数值模拟并与实验结果对比; Matuttis 等<sup>[6]</sup>研究了圆球颗粒和非圆颗粒的静态紧密堆积问题; Kurt<sup>[8]</sup>等人研究了三维球颗粒规则排列堆积时颗粒间的应力分布。

由于学者们采用的接触模型各不相同, 考察和评估模型的合理性显得很必要。国外已发表的堆积研究多基于 Cundall 原来的模型改进, 需要人为给定法向、切向刚度以及法向、切向阻尼或更多的物理系数。Thornton 的接触模型则只需要给定颗粒的材料模量和摩擦系数, 具有优越性。本文是采用

Thornton 的模型模拟颗粒堆积问题的首次尝试, 笔者认为: 只有在对典型问题模拟理解的基础上, 才可能进行有效的农业工程问题的模拟。

## 2 模型、方法及数据

### 2.1 模型及模拟方法

本文采用 Thornton 的离散元模型中的无粘连干颗粒圆球模型进行“二维”模拟, 即颗粒群球心共面, 外部作用在该平面内。颗粒的运动由牛顿第二运动定律, 通过对时间差分和相应的接触理论来确定。颗粒间的法向接触力由 Hertz 接触理论确定, 切向接触力用 Mindlin 和 Deresiewicz 理论计算。模拟采用本研究组在 Thornton 程序基础上改造而成的微机版本。

在正式模拟颗粒堆积之前, 先生成颗粒群使其在重力下自由下落, 待颗粒基本稳定后缓慢提升漏斗, 开始堆积模拟。为提高计算速度, 在定义较小的域内构造一小漏斗, 分两次生成颗粒, 待颗粒下落稳定后, 缓慢提升漏斗高度 (速度为 0.003 ~ 0.005m/s) 使颗粒流出成堆。模拟过程中程序会及时反馈当前的模拟状态并输出中间结果文件。通过监控当前的模拟状态可以及时发现异常情况, 将前面某一时间的中间结果文件调入, 根据调整后的数据重新模拟计算。

### 2.2 基本数据

研究颗粒在堆积过程中的力学行为, 重点是考虑颗粒从提升的漏斗内流出后形成的稳定形状。漏斗的形状和摩擦系数使得颗粒平缓流出外, 对颗粒

收稿日期: 2004-06-14

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (10372113)

作者简介: 李艳洁 (1980-), 女, 辽宁人, 硕士研究生。

堆积形状一般没有影响，但漏斗的出口宽度对整个模拟过程影响较大：宽度过大，会影响堆峰的形状；宽度过小，易在出口处结拱。根据多次模拟经验，取漏斗口尺寸约为颗粒直径的 7~8 倍较合适。现实情况下的散体粒度分布都不是单一值，本文采用粒度有级配的颗粒进行堆积数值模拟。模拟采用的颗粒、漏斗和底板的力学及物理参数见表 1 所示。

表 1 模拟所用的物理参数  
Tab.1 Physical properties used for simulation

	密度 / $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	杨氏模量 / $\text{N} \cdot \text{m}^{-2}$	泊松比
颗粒 (2000 个)	1.243e3	1.26e8	0.41
底板	5.85e3	2.0e11	0.41

为了研究堆积休止角  $\alpha$  与颗粒的摩擦系数  $\mu$ 、颗粒粒度和底板的摩擦系数  $m_w$  之间的关系，笔者进行了 3 种工况的堆积模拟，分别是：

(1) 进行颗粒摩擦系数变化的有级配颗粒堆积：颗粒粒度为 4.5mm、5mm 和 5.5mm 的颗粒分别占 25%、50%和 25%；底板的摩擦系数  $m_w$  为 0.35，颗粒的摩擦系数  $m_p$  分别取 0.15、0.35 和 0.55。

(2) 进行颗粒粒度变化的有级配颗粒堆积：颗粒和底板的摩擦系数  $m_p$  和  $m_w$  均为 0.8，级配颗粒的尺寸为 4.5mm、5mm 和 5.5mm，9mm、10mm 和 11mm，14mm、15mm 和 16mm，每种级配条件下 3 种粒度的颗粒数分别占 25%、50%和 25%。

(3) 进行底板摩擦系数变化的堆积：颗粒的摩擦系数  $\mu$  为 0.55，颗粒的级配关系与(1)同，底板的摩擦系数  $m_w$  分别取 0.15、0.55 和 0.95。

### 3 结果分析与讨论

颗粒的堆积过程具有随机性，即使颗粒生成和形成的颗粒床是对称的，堆积结果也不完全对称，因为在堆积的动态过程中，微小的扰动对颗粒的堆积结果会产生不能忽略的影响。当底板的摩擦系数  $m_w$  为 0.35，颗粒摩擦系数分别为 0.35、0.55 和 0.8，其他参数不变时的堆积形状分别示于图 1(a)、(b)和(c)。由图 1 可以看出，在底板摩擦系数一定时，堆积休止角随颗粒的摩擦系数增加而增大。

当颗粒摩擦系数  $m_p=0.55$ ，底板的摩擦系数分别为 0.15、0.55 和 0.95，其他参数不变时，堆积形状分别如图 2(a)、(b)和(c)所示。由图 2 可以看出，在颗粒摩擦系数一定时，堆积休止角随底板的摩擦系数增加而增大。图 3(a)、(b)和(c)给出了颗粒数同为 2000 个，平均粒度分别为 5mm、10mm 和 20mm 时的堆积形状(为便于观察对图进行了比例调整)，相应的力线图如图 4(a)、(b)和(c)所示，力线方向和粗细表示接触力方向和大小。由图 3 和图

4 可以看出：在相同的物性(密度和材料模量)条件下，堆积休止角随颗粒粒度变化较小，其中还受到重力大小的影响。

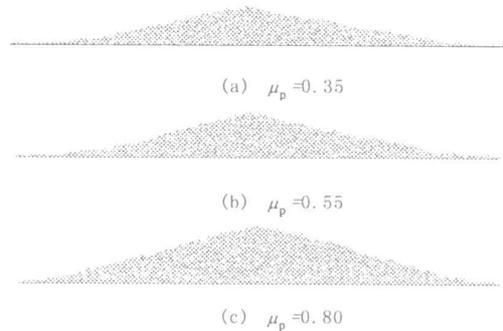


图 1 颗粒摩擦系数变化堆积结果 ( $\mu_w=0.35$ )

Fig.1 Piling profiles for different particle frictions

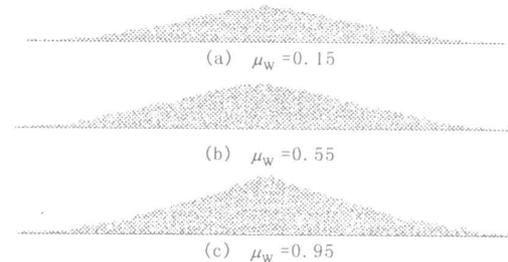


图 2 底板摩擦系数变化堆积结果 ( $\mu_p=0.55$ )

Fig.2 Profiles for different frictions of base-wall

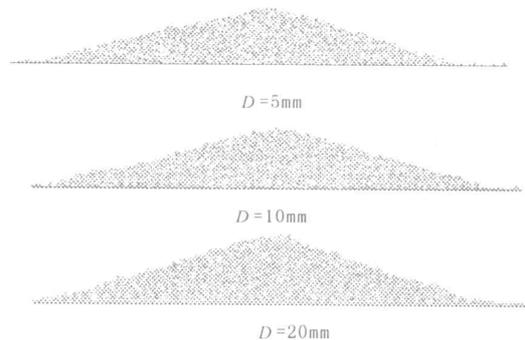


图 3 颗粒粒度变化堆积结果 ( $\mu_w = \mu_p = 0.80$ )

Fig.3 Piling profiles for different average particle sizes

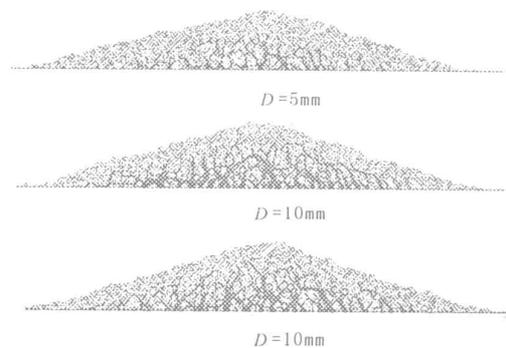


图 4 颗粒粒度变化力线图 ( $\mu_w = \mu_p = 0.80$ )

Fig.4 Force network for different average particle sizes

颗粒和底板摩擦变化时的模拟结果分别列于表 2 和表 3。由于堆积并非完全规则对称，而且测量也会产生误差，所以得到的结果均为近似值。此外，笔者还进行了粒度和其他物性不变、堆积休止角随颗粒密度变化的模拟，发现休止角随密度的增大而减小。

表 2 颗粒摩擦系数变化休止角( $\mu_w=0.35$ )

Tab.2 Angles of repose for different particle frictions ( $m_w=0.35$ )

颗粒摩擦系数 $m_p$	平均休止角 $\alpha / ^\circ$
0.35	10.9
0.55	13.7
0.80	14.1

表 3 底板摩擦系数变化休止角( $\mu=0.35$ )

Tab.4 Angles of repose for different base wall friction ( $\mu=0.35$ )

底板摩擦系数 $m_w$	平均休止角 $\alpha / ^\circ$
0.15	9.5
0.55	11.9
0.95	17.1

#### 4 结 论

(1) 用离散元法模拟颗粒堆积问题时，颗粒的表面摩擦系数是重要参数，它不同于常规意义的散体内摩擦系数，应当通过适当的实验测出。

(2) 颗粒密度和粒度对堆积休止角也有较大的影响。在相同条件下，颗粒的静态堆积休止角随着颗粒的摩擦系数增加而增大，随颗粒密度的增大而减小。

本文只是用离散元法模拟颗粒堆积的初步尝试，笔者还将进行一系列的三维堆积和实验，以便得到更完整的认识，并在此基础上进行农业机械化中的应用性研究。

参考文献：

- [1] Cundall P A, Strack O D L. A Discrete numerical model for granular assemblies[J].Geotechnique,1979,29(1):47-65.
- [2] Thornton C, Yin K K. Impact of elastic spheres with and without adhesion[J].Powder Technology,1991,65:153-166.
- [3] Xu Yong, Kafui K D, Thornton C, et al.Effects of material properties on granular flow in silo using DEM simulation[J].Particulate Science and Technology,2002,20(2):109-124.
- [4] Zhou Y C, Xu B H, Yu A B, et al.An experimental and numerical study of the angle of repose of coarse spheres[J].Powder Technology,2002,125(1):45-54
- [5] Zhou Y C, Wright B D, Yang R Y, et al Rolling friction in the dynamic simulation of sandpile formation[J].Physica A,1999, 269(2-4):536-553.
- [6] Matuttis H G, Luding S, Herrmann H J. Discrete element simulations of dense packing and heaps made of spherical and non-spherical particles [J].Powder Technology, 2000,109(1-3):278-292.
- [7] Kurt L, Myhuong N, Guy M, et al.Forces in piles of granular material:an analytic and 3D DEM study[J].Granular Matter,2001,3(3):165-176.

## Discrete Element Simulation on Particle Piling

LI Yan-jie, XU Yong

(College of Science China Agricultural University, Beijing 100083, China)

**Abstract :** Piling with particulate materials is common in agricultural engineering. Angle of repose is an important macroscopic feature in characterising the interactions within an assembly of particles, therefore the study on particle piling is of great importance for understanding its microscope mechanics and evaluate the suitability of the DEM model. In this paper ‘two-dimensional’ piling with multi-disperse particles were simulated using Discrete Element Method. The effects of frictions of both particle and particle arrangement on the magnitude of repose angle were studied. The numerical results show that, under identical conditions, increasing friction of particles and base wall leads to the rise of the repose angle. On the contrary, increasing density of particles will decrease the angle of repose.

**Key words :** agricultural engineering; discrete element method; particle piling ; granule mechanics ; repose angle