凸显素养与四翼 甄别思维与能力
——2023 年全国高考数学新课标 Ⅰ 卷评析

董荣森[1] 谢 刚[2]
(1.江苏省怀仁中学,214196;2.山东省沂南第一中学,276300)

摘 要:2023 年高考数学新课标 Ⅰ 卷严格遵循高考命题评价原则,贯彻了新高考数学命题思路,凸显了对数学学科六大核心素养和“四翼”的考查要求,甄别考生的数学思维品质,展现考生的理性思维,突出数学主干知识和关键能力,充分发挥数学学科在高考中的选拔功能,本文结合试题进行评析.

关键词:2023 年高考数学新课标 Ⅰ 卷;核心素养;评析

逐题研究与分析 2023 年高考数学新课标 Ⅰ 卷,给笔者的感受是:本卷全面落实了立德树人根本任务,严格遵循了“知识为基、能力为重、素养导向、价值引领”的高考命题评价原则,很好贯彻了“出活题、考基础、考能力、考素养”的新高考数学命题思路以及高中育人方式改革等要求.试卷凸显了对数学学科六大核心素养(即数学抽象、逻辑推理、数学建模、直观想象、数学运算和数据分析)的考查,体现了对“四翼”(即基础性、综合性、应用性和创新性等)的考查要求,甄别考生的数学思维品质,展现考生的理性思维,突出数学主干知识和关键能力,充分发挥数学学科在高考中的选拔功能.

一、凸显对数学核心素养的考查,助力创新型人才选拔

2023 年高考数学新课标 Ⅰ 卷试题充分发挥数学作为基础性学科的作用,突出对数学核心素养和“四翼”要求的考查,甄别考生的思维品质和解决问题能力,也为考生提供了展示的舞台和发挥的空间,助力于国家对创新型人才的选拔与自主培养.

1.重视概念与基础,凸显对逻辑推理、数学抽象素养的考查

逻辑推理是指根据一定的规则和条件,从已知的事实或命题中推导出新的结论的过程,需要考生具备分析、归纳、演绎、判断和推理等能力,能够正确地运用逻辑规则和方法,从而推导出正确的结论.例如第 7 题以等差数列为背景,主要考查等差数列的概念和充要条件等知识及逻辑推理素养.数学抽象是指将具体的事物或问题抽象成符号、概念或模型进行研究和处理的能力,需要考生具备较强的观察、分类、归纳、概括、比较和分析等能力,能够将复杂问题转化为简单的形式,从而更好地理解和解决问题.

【例 1】(第 7 题) 设 S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和,设甲:$\{a_n\}$ 为等差数列;乙:$\left\{\frac{S_n}{n}\right\}$ 为等差数列,则( ).

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

【分析】数列 $\{a_n\}$ 为等差数列 $\Leftrightarrow a_n = an + b \Leftrightarrow S_n = \frac{n(a+b+an+b)}{2} \Leftrightarrow \frac{S_n}{n} = \frac{a}{2}n + \frac{1}{2}(2a+b) \Leftrightarrow \{\frac{S_n}{n}\}$ 为等差数列,故选 C.

【点评】本题考查等差数列的定义与充要条件等知识,考查学生的逻辑推理素养和解决问题的能力.题干简单明了,要求学生综合运用等差数列的通项公式的特点与充要条件的概念来进行推理论证,注重对基本概念、基本原理、思想方法的考查,着重体现基础性和综合性,引导学生重视学科基础内容.

2.重视思维与方法,凸显对数学运算、逻辑推理素养的考查

数学运算是指在明晰运算对象基础上,依据数学运算法则解决数学问题的素养.逻辑推理是指根

基金项目:本文系江苏省中小学教学研究第十四期课题“指向高阶思维的数学生长课堂实践研究”(课题编号:2021JY14-L35)研究成果.
谢刚为本文的通讯作者.

据逻辑规则和推理方法,从已知的事实或题设条件推导出新结论的能力.数学运算和逻辑推理素养是相互联系、相互促进的,数学运算需要建立在逻辑推理的基础上,通过逻辑推理来保证运算的正确性,同时,逻辑推理也需要借助数学运算来得出正确结论.例如第 8 题主要考查两角和、差的正弦公式、二倍角公式以及数学运算、逻辑推理素养.

【例 2】(第 8 题) 已知 $\sin(\alpha-\beta)=\frac{1}{3}$,$\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{6}$,则 $\cos(2\alpha+2\beta)=($ $)$.

A. $\frac{7}{9}$ B. $\frac{1}{9}$ C. $-\frac{1}{9}$ D. $-\frac{7}{9}$

【分析】因为 $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{3}$,$\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{6}$,所以 $\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}$,

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$

$$=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{2}{3},$$

$$\cos(2\alpha+2\beta)=1-2\sin^2(\alpha+\beta)=1-\frac{8}{9}=\frac{1}{9},$$

故选 B.

【点评】本题考查两角和(差)正弦公式与二倍角余弦公式,考查逻辑推理能力和数学运算能力.解决本题的"障碍"有两处:① 由 $\sin(\alpha-\beta)=\frac{1}{3}$ 及 $\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{6}$ 求出 $\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}$;② 要求 $\cos(2\alpha+2\beta)$ 的值,能够意识到先求 $\sin(\alpha+\beta)$ 或 $\cos(\alpha+\beta)$ 的值即可.已知 $\cos\alpha\sin\beta=\frac{1}{6}$ 与 $\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}$,自然想到求 $\sin(\alpha+\beta)$ 的值,再利用二倍角公式解得结果.本题虽然不难,但考查了学生的逻辑思维与运算方法,有利于发展学生的数学运算和逻辑推理素养.

3. 重视应用与创新,凸显对数学建模、数据分析素养考查

数学建模是指将实际问题抽象成数学模型,并利用数学方法进行求解和解释的能力,需要学生具备观察、分析、概括和创新能力,能够将实际问题转化为数学语言,并从中提取出关键要素和规律.数据分析是指对数据进行收集、整理、分析和解释的能力,需要学生具备数据处理、统计分析和可视化技能,能够从海量数据中挖掘出有用的信息,为决策提供支持.数学建模是数据分析的基础,数据分析是数学建模的工具.培养学生的数学建模和数据分析素养,有助于提高他们的创新能力和解决问题的能力.

【例 3】(第 21 题) 甲、乙两人投篮,每次由其中一人投篮,规则如下:若命中则此人继续投篮,若未命中则换为对方投篮.无论之前投篮情况如何,甲每次投篮的命中率均为 0.6,乙每次投篮的命中率均为 0.8.由抽签确定第 1 次投篮的人选,第 1 次投篮的人是甲、乙的概率各为 0.5.

(1) 求第 2 次投篮的人是乙的概率;

(2) 求第 i 次投篮的人是甲的概率;

(3) 已知:若随机变量 X_i 服从两点分布,且 $P(X_i=1)=1-P(X_i=0)=q_i$,$i=1,2,\cdots,n$,则 $E(\sum\limits_{i=1}^{n}X_i)=\sum\limits_{i=1}^{n}q_i$.记前 n 次(即从第 1 次到第 n 次投篮)中甲投篮的次数为 Y,求 $E(Y)$.

【分析】(1) 记"第 2 次投篮的人是乙"为事件 A,则 $P(A)=\frac{1}{2}\times\frac{2}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}=\frac{3}{5}$;

(2) 设第 i 次投篮的人是甲的概率为 P_i,则 $P_{i+1}=\frac{3}{5}P_i+\frac{1}{5}(1-P_i)=\frac{2}{5}P_i+\frac{4}{5}$,所以 $P_{i+1}-\frac{1}{3}=\frac{2}{5}(P_i-\frac{1}{3})$,$P_1-\frac{1}{3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}\neq0$,所以 $\{P_i-\frac{1}{3}\}$ 是首项为 $\frac{1}{6}$,公比为 $\frac{2}{5}$ 的等比数列,所以 $P_i-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}(\frac{2}{5})^{i-1}$,故 $P_i=\frac{1}{3}+\frac{1}{6}(\frac{2}{5})^{i-1}$.

(3) 由题意知甲第 i 次投篮次数 Y_i 服从两点分布,且 $P(Y_i=1)=1-P(Y_i=1)=P_i$,所以

$$E(\sum_{i=1}^{n}Y_i)=E(Y)=\sum_{i=1}^{n}P_i$$

$$=\frac{1}{6}\sum_{i}^{n}(\frac{2}{5})^{i-1}+\frac{n}{3}=\frac{5}{18}[1-(\frac{2}{5})^n]+\frac{n}{3}.$$

当 $n=0$ 时,$E(Y)=0$ 也满足上式,所以

$$E(Y)=\frac{5}{18}[1-(\frac{2}{5})^n]+\frac{n}{3}(n\in\mathbf{N}).$$

【点评】本题背景来源于生活实际,基于真实情境构建了数学模型,将概率和数列知识进行了有机融合.第(1)小题考查运用全概率公式求概率,比较简单;第(2)小题关键点和难点是数学建模,即根据题意得出"第 $i+1$ 次投篮的人是甲的概率为 P_{i+1} 与第 i 次投篮的人是甲的概率为 P_i 之间的递推关系",再通过构造等比数列并运用等比数列通项公式求概率;第(3)小题需要注意数学期望和数列 $\{P_i\}$ 的前 n 项和的转化方法.本题体现了数学应用与数学创新,凸显了对数学建模、数据分析等素养的考查.

4. 重视直觉与验证,凸显对直观想象和数学运算素养的考查

直观想象是指借助几何直观和空间想象来理

解、分析和解决问题的能力.这种能力需要学生具备空间想象能力,能够通过直观的方式理解抽象的概念和关系.数学运算是指根据运算法则和运算数理,对数学对象进行合理运算的能力.在数学学科中,直观想象可以帮助学生更好地理解数学概念和关系,从而更好地进行数学运算.同时,数学运算的结果也需要通过直观想象来验证和解释.

【例4】(第18题)如图1,在正四棱柱$ABCD\text{-}A_1B_1C_1D_1$中,$AB=2$,$AA_1=4$.点A_2,B_2,C_2,D_2分别在棱AA_1,BB_1,CC_1,DD_1上,$AA_2=1$,$BB_2=DD_2=2$,$CC_2=3$.

(1) 证明:$B_2C_2 // A_2D_2$;

(2) 点P在棱BB_1上,当二面角$P\text{-}A_2C_2\text{-}D_2$为150°时,求$B_2P$.

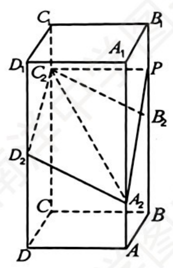

图1

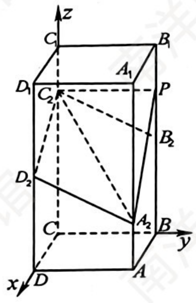

图2

【分析】(1) 如图2,以C为坐标原点,分别以CD,CB,CC_1为x,y,z轴建立空间坐标系,则$B_2(0,2,2)$,$C_2(0,0,3)$,$A_2(2,2,1)$,$D_2(2,0,2)$,所以$\overrightarrow{B_2C_2}=(0,-2,1)$,$\overrightarrow{A_2D_2}=(0,-2,1)$,故$\overrightarrow{B_2C_2}=\overrightarrow{A_2D_2}$,所以$B_2C_2 // A_2D_2$.

(2) 设$P(0,2,t)$,设平面PA_2C_2的法向量为$\boldsymbol{n}_1=(x_1,y_1,z_1)$,则

$\boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{PA_2}=2x_1+(1-t)z_1=0$,

$\boldsymbol{n}_1\cdot\overrightarrow{A_2C_2}=-2x_1-2y_1+2z_1=0$.

取$z_1=2$,则$x_1=t-1$,$y_1=3-t$,所以$\boldsymbol{n}_1=(t-1,3-t,2)$.

同理可求得平面$A_2C_2D_2$的法向量为$\boldsymbol{n}_2=(1,1,2)$.当二面角$P\text{-}A_2C_2\text{-}D_2$为150°时,

$$\cos150^\circ=-|\cos\langle\boldsymbol{n}_1,\boldsymbol{n}_2\rangle|=-\frac{|\boldsymbol{n}_1\cdot\boldsymbol{n}_2|}{|\boldsymbol{n}_1|\cdot|\boldsymbol{n}_2|},$$

即$-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=-\dfrac{6}{\sqrt{(t-1)^2+(3-t)^2+4}\times\sqrt{6}}$,解得$t=1$或3,所以$B_2P=1$.

【点评】本题考查空间几何体中线与线的位置关系、运用空间向量解决有关空间角等问题的基本知识,是一道证明与计算相结合的探究性问题,融直觉思维与数学证明于一体,凸显了对直观想象、数学运算等素养的考查.

二、依托情境对四翼要求考查,彰显数学科育人功能

高考评价体系中规定了高考的考查载体——情境,以此来承载考查内容,实现考查目的与要求.真实问题背景是指以问题或任务为中心构成的活动场景,包括现实生活情境、数学学习情境、科学探索情境.

1. 创设现实生活情境,体现基础性和应用性

现实生活情境主要关注数学与其他学科以及社会生活实际的关联,包括现实生活、生产实际、科学研究等问题情境,需要学生通过数学模型等手段,建立实际问题与数学知识、数学思想方法之间的联系,将数学作为工具解决问题,突出数学应用的学科素养,着重体现基础性和应用性的考查要求.第13题以学校开设选修课程为情境,设置学生选修课不同的选课方案,考查学生在新的现实生活情境下解决实际问题的能力.

【例5】(第13题)某学校开设了4门体育类选修课和4门艺术类选修课,学生需从这8门课中选择2门或3门课,并且每类选修课至少选修1门,则不同的选课方案共有________种(用数字作答).

【分析】(1) 若选修2门课,则需要从体育类和艺术类中各选择1门,共有$C_4^1C_4^1=16$种;

(2) 若选修3门课,则分为两种情况:①2门体育类和1门艺术类,有$C_4^1C_4^2=24$种;②1门体育类和2门艺术类,有$C_4^2C_4^1=24$种.故共有64种.

【点评】本题创设以学生选课方案为情境,主要考查排列组合等知识,要求学生灵活运用组合的计算方法求解问题.解题时需要注意题目中的条件和要求,转化为排列组合问题,体现基础性与应用性.解题的关键是对选课情况进行正确的分类,然后对每类情况进行正确的计算.

2. 创设数学学习情境,体现基础性和综合性

数学学习情境主要关注学生通过长时间学习掌握的知识基础,包括数学概念、原理、运算、逻辑推理等问题情境,主要突出理性思维和数学文化的学科素养,着重体现基础性和综合性的考查要求.例如第4题巧妙创设复合函数情境,在单调性中考查二次函数的知识;第6题创设直线与圆的位置关系为情境,考查三角函数定义与二倍角公式等知识;第9题创设统计中有关概念等问题情境,考查统计中的最

大值、最小值、平均数、中位数、方差、极差等知识.

【例6】(第6题)过点$(0,-2)$与圆$x^2+y^2-4x-1=0$相切的两条直线的夹角为α,则$\sin\alpha=($　　$)$.

A. 1　　B. $\frac{\sqrt{15}}{4}$　　C. $\frac{\sqrt{10}}{4}$　　D. $\frac{\sqrt{6}}{4}$

【分析】圆的标准方程为$(x-2)^2+y^2=5$,所以圆心为$C(2,0)$,半径为$r=\sqrt{5}$.设$P(0,-2)$,切点为A,B,$\angle CPA=\theta$,则$\sin\theta=\frac{CA}{CP}=\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{2}}$,$\cos\theta=\frac{PA}{CP}=\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$,$\sin\alpha=\sin 2\theta=2\sin\theta\cos\theta=2\times\frac{\sqrt{15}}{8}=\frac{\sqrt{15}}{4}$,故选B.

【点评】题目要求学生能够综合运用等差数列的通项与充要条件的概念来分析和解决问题,具有一定的难度.数学高考的大部分题目都采用课程学习情境,这类试题的特点是注重对基本概念、原理、思想方法的考查,着重体现基础性和综合性,引导学生重视学科基础内容的学习.

3. 创设科学探索情境,体现应用性和创新性

科学探索情境主要关注对于学科知识的深入探索以及解题方法与思路的创新,包括数学实验、数学探究、数学创新等问题情境,主要突出数学探究的学科素养,着重体现应用性和创新性的考查要求.例如:第10题创设噪声污染,通过对声压级的研究为情境,考查了对数及其运算等基础知识;第12题创设科学探索情境,对立体几何的知识方法的综合应用和思维能力均有较高要求,增加了思维量,加大了试卷区分度.

【例7】(第10题)噪声污染问题越来越受到重视.用声压级来度量声音的强弱,定义声压级$L_p=20\times\lg\frac{p}{p_0}$,其中常数$p_0(p_0>0)$是听觉下限阈值,$p$是实际声压.下表为不同生源的声压级:

声源	与声源的距离/m	声压级/db
燃油汽车	10	60～90
混合动力汽车	10	50～60
电动汽车	10	40

已知在距离燃油汽车、混合动力汽车、电动汽车10m处测得实际声压分别为p_1,p_2,p_3,则(　　).

A. $p_1\geqslant p_2$　　B. $p_2>10p_3$

C. $p_3=100p_0$　　D. $p_1\leqslant 100p_2$

【分析】根据题意可知$L_{p_1}\in[60,90]$,$L_{p_2}\in[50,60]$,$L_{p_3}=40$.又因为$L_p=20\times\lg\frac{p}{p_0}$,所以$\frac{p}{p_0}=10^{\frac{L_p}{20}}$,$\frac{p_1}{p_0}=10^{\frac{L_{p_1}}{20}}\in[10^3,10^{\frac{9}{2}}]$,$\frac{p_2}{p_0}=10^{\frac{L_{p_2}}{20}}\in[10^{\frac{5}{2}},10^3]$,$\frac{p_3}{p_0}=10^{\frac{L_{p_3}}{20}}=100$,进而可知ACD正确.

【例8】(第12题)下列物体中,能够被整体放入棱长为1(单位:m)的正方体容器(容器壁厚度忽略不计)内的有(　　).

A. 直径为0.99m的球体

B. 所有棱长均为1.4m的四面体

C. 底面直径为0.01m,高为1.8m的圆柱体

D. 底面直径为1.2m,高为0.01m的圆柱体

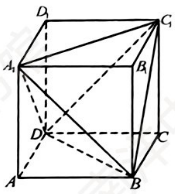

图3

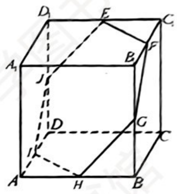

图4

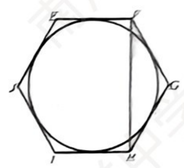

图5

【分析】对于A选项,正方体内切球直径为1米,故A正确;

对于B选项,如图3,正方体内部最大的正四面体棱长为$A_1B=\sqrt{2}>1.4$,故B正确;

对于C选项,底面直径为0.01m,可忽略不计,高为1.8m,可以看作高为1.8m的线段,而正方体体对角线为$\sqrt{3}<1.8$,故C错误;

对于D选项,高为0.01m,可忽略不计,圆柱体可以看作直径为1.2m的平面圆,如图4和图5,E,F,G,H,I,J为各棱中点,六边形$EFGHIJ$为正六边形,其棱长为$\frac{\sqrt{2}}{2}$m,内切圆的直径为$FH=\frac{\sqrt{6}}{2}$m,而$(\frac{\sqrt{6}}{2})^2=\frac{3}{2}>1.2^2$,故D正确.

故选ABD.

【点评】第10题创设科学研究情境,以燃油汽车、混合动力汽车、电动汽车噪声污染问题为背景,利用对数函数研究噪声声压水平,通过对声压级的科学研究,全面考查了对数概念及其运算以及不等式比较大小等的基础知识.第12题是一道探索创新情境的试题,背景选取于生活实际,以正方体数学模型为载体,考查空间几何体(正方体与球、四面体、圆柱体)内置问题,在选项中通过层层设问引导学生自主深入探究,展现了数学知识与数学应用的紧密

联系,发展了学生的直观想象、逻辑推理与数学运算等素养,体现创新性和应用性.

三、突出对数学主干知识考查,甄别思维品质与能力

全卷突出了对数学主干知识的考查,在客观题中全面考查了集合、复数、平面向量、排列组合、三角函数的图像和性质、几何体的体积、直线和圆等内容,在解答题中考查了三角函数、立体几何、函数与导数、数列、概率统计、解析几何等主干知识,实现了对主干知识的全方位覆盖,考查考生对基础知识和基本方法的深刻理解和融会贯通的应用.如第16题考查双曲线定义性质、余弦定理等理解和掌握;第20题考查等差数列概念、通项和前n项和公式结构特点的理解和掌握,不仅注重试题的基础性、综合性,而且对思维品质考查和能力考查有机结合.

【例9】(第20题)设等差数列$\{a_n\}$的公差为d,且$d>1$.令$b_n=\dfrac{n^2+n}{a_n}$,记S_n,T_n分别为数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$的前n项和.

(1)若$3a_2=3a_1+a_3$,$S_3+T_3=21$,求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)若$\{b_n\}$为等差数列,且$S_{99}-T_{99}=99$,求d.

【分析】(1)由$3a_2=3a_1+a_3$得$3a_1+3d=4a_1+2d$,所以$a_1=d$,故$a_n=d+(n-1)d=nd$,$b_n=\dfrac{n^2+n}{nd}=\dfrac{n+1}{d}$.由$S_3+T_3=21$得$d+2d+3d+\dfrac{2}{d}+\dfrac{3}{d}+\dfrac{4}{d}=21$,所以$(2d-1)(d-3)=0$,又$d>1$,所以$d=3$,所以$a_n=3n$.

(2)因为$a_n=a_1+(n-1)d$,所以

$$b_n=\frac{n^2+n}{a_n}=\frac{n^2+n}{a_1+(n-1)d}=\frac{n(n+1)}{dn+(a_1-d)}.$$

因为$\{b_n\}$为等差数列,所以$a_1=d$或$a_1=2d$.

① 当$a_1=d$时,$a_n=nd$,$b_n=\dfrac{n+1}{d}$,此时

$$S_{99}=\frac{99\times(d+99d)}{2}=50\times99d,$$

$$T_{99}=\frac{1}{d}\cdot\frac{99\times(2+100)}{2}=\frac{51\times99}{d},$$

所以$S_{99}-T_{99}=50\times99d-\dfrac{51\times99}{d}=99$,又$d>1$,所以$d=\dfrac{51}{50}$.

② 当$a_1=2d$时,$a_n=(n+1)d$,$b_n=\dfrac{n(n+1)}{(n+1)d}=\dfrac{n}{d}$,此时,

$$S_{99}=\frac{99\times(2+100)}{2}d=51\times99d,$$

$$T_{99}=\frac{1}{d}\cdot\frac{99\times(1+99)}{2}=\frac{50\times99}{d},$$

所以$S_{99}-T_{99}=51\times99d-\dfrac{50\times99}{d}=99$,所以$(51d+50)(d-1)=0$,所以$d=-\dfrac{50}{51}$或$d=1$,均不满足$d>1$.

综上,$d=\dfrac{51}{50}$.

【点评】第16题将解析几何、平面向量、三角函数等数学主干知识融为一身,突出考查双曲线定义、三角函数定义、余弦定理等知识.第21题将数列的通项、求和以及两个数列中项b_n与项a_n、S_{99}与T_{99}之间关系融为一体,体现了数学的和谐美、对称美,第(2)小题的难点在于如何得出a_1与d之间的关系,然后将等式$S_{99}-T_{99}=99$转化为关于d的方程,解得d的值,本题可以很好地甄别考生的思维品质与解决问题的能力.

总之,2023年全国高考新课标Ⅰ卷数学试题遵循“知识为基、能力为重、素养导向、价值引领”的综合评价改革,坚持守正创新,将进一步推动高考改革迈上新的台阶,试卷很好地落实了“一体四层四翼”总要求,促进数学学科核心素养的有效落实,助力国家“双减”政策落地见效,同时,合理控制试题难度,促进教考完美衔接,对中学数学教学起到科学导向作用,引导学生提高在校学习效率,避免机械刷题、无效学习.

参考文献:

[1] 教育部考试中心.中国高考评价体系说明(2019年版)[M].北京:人民教育出版社,2019,11.

[2] 教育部考试中心.普通高中数学课程标准(2019年版2020年修订)[M].北京:人民教育出版社,2020,11.

(收稿日期:2023-06-10)