

高中数学分层作业设计的优化策略*

孔祥武 蒋 平 (江苏省常州市第一中学 213003)

摘 要 分层作业是一种贴近教学常规、符合教学实际,能减轻学生负担的作业方式。如何设计真实有效的分层作业,需要从设计理念上加以变革,并在作业方式上加以创新,文章基于教学实践作出了一些理性思考和教学探索。

关键词 高中数学;分层作业;作业设计

文章编号 1004-1176(2024)04-0044-03

《关于进一步减轻义务教育阶段学生作业负担和校外培训负担的意见》要求全面压减作业总量和时长,减轻学生过重的作业负担,鼓励布置分层、弹性和个性化作业。“减负”并不意味着不给学生负担,而是减轻过重的负担,负担要适度,“减负”的同时还要“提质”^[1]。较之于其他形式的作业,笔者以为布置分层作业无疑是一个最贴近教学常规、符合教学实际的重要抓手。传统作业采取统一的形式,锚定同样的教学目标,虽然方便了教师一体化管理,却忽视了学生水平的差异性,伤害了学生学习的积极性,让更多学生“谈数色变”,与数学渐行渐远。2022年全国新高考数学I卷难度颇大,各校数学教学普遍加大了难度,愈发加重了学生对数学的恐惧心理。调查显示,我校有近三分之一的学生存在数学作业超时现象,因此根据学生水平的差异,设计减负提质的分层作业迫在眉睫。

数学教学过程中的作业,一般有课前预习作业、课上当堂练习、课后课时作业、单元综合作业等。本文主要就课后课时作业的分层设计作一些探讨。

1 分层作业的设计理念

分层作业虽一直被倡导,但被真正实施的却很少。根本原因在于部分教师认为学生不会做“自然分层”,还有分层作业之后的管理评价会比较麻烦,因此分层作业成为“偶尔为之”,甚至被“弃之不用”。如何改进分层作业设计模式,优化分层作业管理方式,让分层作业真实、持续、有效?

1.1 作业目标的定位

文[2]提到美国奥克斯(Jeannic Oakes)的分

层教学实证研究认为:“分层教学”并不有利于学生学力的提升,特别是对于“下位”学生而言,“分层教学”是危险的,所有调查结果表明,“分层教学”加剧了学生之间的学力落差。据此,笔者以为实施分层作业可能会给“下位”组学生带来伤害,长期只做简单的作业,能力难以提高。对于“上位”组学生来说,不做基础题可能会出现基础不牢的现象。因此,实施分层作业,不宜简单粗暴地先按考试成绩把学生划分成优、中、差等几个层次,再布置具体层次的学生完成相应能级的作业,而应该是在同一份作业中设计若干能级的挑战题,指导学生根据自身情况自主选做,促使学生既夯实基础,又努力进阶。

笔者认为,设计分层作业可采用整体分层,即将一份作业设计为基础性练习(必做)和拓展性练习(选做)两个部分。基础性练习是主体部分,是对所学基础知识和基本技能的识记、理解及简单应用,要求全体学生都能认真完成、准确解答。拓展性练习也可称为提高性练习,重在在对知识与方法的综合理解、综合应用,可设计不同能级要求的中档难度和较大难度的习题,由学生自主选做,期望能力水平较高的学生能够“能者多劳”,大多中等水平学生能够挑战自我,个别“学困生”也能努力一试。

1.2 作业题量的设置

作业的设计也要考虑到后期的讲评是否方便,笔者建议设计分层作业也应该在“合”的基础上适度地“分”。选做题的题量不宜过多,否则后续讲评教学会难以兼顾。笔者的操作是尽可能80%

* 本文系2022年度江苏省教育科学规划课题“高中数学分层作业设计及跟踪分层教学研究”(B/2022/03/74)的阶段性研究成果。

的题目是需要集体统一完成的,20%的题目是分层选做完成的,选做题数量一般控制在2~3道.这样的设计才能立足普遍性、协调差异性,既保证相对统一,又能发展个性.同时,作业设计要防止同质化现象,力求做到少而精,完成作业的总时长一般控制在50~60分钟.要严控作业题量,防止作业时间超标.

1.3 整体难度的把控

必做题部分旨在训练基本知识和基本技能,要注重题目基础性和知识覆盖的全面性,难度系数以0.7为下限,确保基础薄弱的学生不会因“吃不了”而产生焦虑、气馁情绪.选做题部分定位是分层发展、拓展提升,应注重层次性和选择性,要为教师 and 学生的选择留有余地.选做题应以中高档题为主,设计要有梯度,难度系数控制在0.3~0.7之间为宜.选做题按照难度从低到高排列,同时事先标记好难度等级,以便更好地指导学生选择.

2 分层作业的创新形式

除了必做与选做相结合的基本形式之外,我们还要进一步创新分层作业的设计形式,建构多样化、趣味性、拓展性、适切性的作业设计体系,以充分发挥作业的育人功能,增强作业的育人实效.

2.1 设计“问题异构”型分层作业

为了重点聚焦训练某些数学典型方法,在选做题的位置不妨以题组的形式,有梯度地设计如下形式的必选题.

例1 (1) 已知 $a > 0$,若在 $(1, +\infty)$ 上存在 x 使不等式 $e^x - x \leq x^a - a \ln x$ 成立,则 a 的最小值为 ;

(2) 已知函数 $f(x) = ae^x - \ln(x+2) + \ln a - 2$,若 $f(x) \geq 0$ 恒成立,则 a 的取值范围是 ;

(3) 已知正实数 x, y 满足 $\ln x = ye^x + \ln y$,则 $y - e^x$ 的最大值为 .

虽然三个习题训练或检测的是同一学习内容——指对同构,但难度逐步提升,各有巧妙不同.第(1)题是属于比较简单的基础性习题,第(2)题需要变形为 $e^{\ln a + x} + x + \ln a \geq \ln(x+2) + x + 2$ 再利用同构解决,第(3)题的能力要求更高,需先变形得到 $\frac{x}{y} \ln \frac{x}{y} = xe^x$,发现 $x = \ln \frac{x}{y}$,才能进一步解决问题.布置作业时要求学生至少

选做一题,多多益善.这种分层作业方式,有利于学生拾级而上,更有激励性和挑战性,旨在训练学生在不同情境中多题一解的能力.需要说明的是,第(1)题和第(2)题也可以看作是解决第(3)题的一个台阶和提示,倘若第(3)题不会做,也可以降级挑战第(1)题或第(2)题,再逐步寻找解题灵感.这种设计让不同层次的学生都有获得感.

2.2 设计“一题多解”型分层作业

与“多题一解”相对的是我们也可以设计“一题多解”型分层作业,要求基础薄弱的学生至少会一种解法,而期待优秀学生、有余力的学生想出更多的解法,培养学生思维的多样性和深刻性.

例2 如图1,椭圆 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 和圆 $C_2: x^2 + y^2 = b^2$,已知圆 C_2 将椭圆 C_1 的长轴三等分,椭圆 C_1 的右焦点到右准线的距离为 $\frac{\sqrt{2}}{4}$,椭圆 C_1 的下顶点为 E ,过坐标原点 O 且与坐标轴不重合的任意直线 l 与圆 C_2 相交于点 A, B .

(1) 求椭圆 C_1 的方程;

(2) 若直线 EA, EB 分别与椭圆 C_1 相交于另一个交点为点 P, M .求证:直线 MP

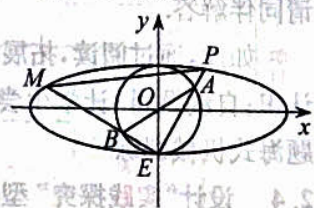


图1

经过一定点.(试用三种方法解答)

分析 (1) 椭圆方程为 $\frac{x^2}{9} + y^2 = 1$ (过程略).

(2) 我们大致可用三种方法来解.

思路1 直接法——写出直线 MP 方程再探求过哪个定点.

思路2 先猜后证法——先利用特殊情况猜出定点 $T(0, \frac{2}{3})$,再依据斜率相等 $k_{MT} = k_{PT}$ 证明三点共线.

思路3 巧设“最美”直线法——先设直线 MP 的方程为 $y = kx + m$,找出 k, m 的关系,再探求过哪个定点.

一题多解能引导学生打开思路,比较方法的优劣,促进学生思维的发散.设计一题多解型的作业,让基础薄弱的学生能够上手,让能力强的学生追求卓越,有利于促进教师间对于多种方法的研究和交流,是校本教研的重要切入点.

2.3 设计“阅读探究”型分层作业

阅读探究型作业适用于全体学生,旨在拓宽学生的视野,期待能力较强的学生可以进一步跟进开展研究性学习.教师设计时可借题发挥,介绍与本作业内容相关的一些二级结论,激发学生兴趣.

例3 阅读材料 已知 A 为有心圆锥曲线 E 上一个定点, M,N 在曲线 E 上,且直线 AM 与直线 AN 的斜率分别为 k_1,k_2 ,若 $k_1k_2=t$ 或 $k_1+k_2=t$,其中 t 为常数,证明:直线 MN 恒过定点,并求出该定点的坐标.

例如,已知椭圆 $C: \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$,点 $P(2,1)$,点 M,N 在椭圆 C 上,若直线 PM 与直线 PN 的斜率之和为1,证明:直线 MN 恒过定点,并求出该定点的坐标.

探究 圆锥曲线中的很多问题都可以类比与推广,请仿照上例尝试设计一道定点问题,并邀请同伴解答.

如此,通过阅读,拓展学生对一类问题本质的认识;自编题目,让学生尝试和命题者对话,摆脱题海式机械训练.

2.4 设计“实践探究”型分层作业

实践型作业是一种浸入式的学习行为活动,对于培养学生运用学科知识解决实际问题大有裨益.实践探究型作业可以通过实际操作和实践活动来探究某一主题和内容,这样的作业可以让学生在学中做,加深对所学知识的理解,有利于培养学生创新思维和研究能力.

例4 实验探究 请按照以下5个步骤在GeoGebra软件(简称GGB)中对例3中的结论进行探究.

① 在GGB代数区英文模式下输入椭圆方程 $C: \frac{x^2}{6} + \frac{y^2}{3} = 1$.

② 点击点按钮,取点 $A(2,1)$,再次点击点按钮,在椭圆上任取一点 M 并点击直线按钮,构造直线 AM .

③ 在GGB的代数区输入“ k =斜率(直线(A , M))”,即获得直线 AM 的斜率 k .

④ 在GGB的代数区输入“ $y=(1-k)(x-2)+1$ ”,即得到直线 AN ;找到该直线和椭圆的另

一个交点 N ,点击直线按钮,构造直线 MN .

⑤ 拖动点 M ,仔细观察,你发现直线 MN 过哪个定点?试着调整第④步,输入“ $y=(1-k)(x-2)+1$ ”,你又有什么发现?

像这样手把手告诉学生如何基于GGB软件进行解析几何中定点定值问题的探究学习,发展学生的数学核心素养.这样的实践分层作业能让优秀学生接触并学习使用GGB软件来研究数学,并且可以常态化操作实践.当然这样的实践作业,最初还是需要教师作适当的引领和示范.

2.5 设计“总结整理”型个性作业

经常碰到这样的情况,连续一阶段的作业难度整体偏大,学生需要“休养生息”,此时需专门留一定的时间调整消化前面的难题.根据学生的个性特点量身定制个性化分层作业显得十分必要.以“小闲智慧”等软件为依托,生成属于学生一阶段的个性化错题成为可能,且可以有针对性地指导学生改错.教师也可以布置整理总结型的作业,鼓励学生以“方法+题目”或“题目+易错点”的方式进行整理.教师组织学生展示和分享优秀笔记,无疑会有很好的促进作用.

实施分层作业,量身定做适合学生的作业,能有效降低学生负担,引导学生优先完成力所能及的题目,同时合理规避掉曲高和寡的难题,通过精准调控让他们把该做的题目做到位,而不是轻重不分,乱做一通.实施分层作业,能有差异地引导学生发展个性,对于“消化不良”的给予照顾,对于“吃不饱”的给予引领.实践中发现,约95%的学生都会努力参与选做题,这也让我们感到欣慰.主动做和被迫做的效果是不一样的.只有让学生少做一些作业、精做一些作业,他们才能集中力量做好作业.只要师生一起把该做的训练做到位了,教学质量就会不断提升.笔者在实践中一直坚持布置分层作业,起到了很好的教学效果,并没有因少做而“吃亏”.当然,怎样高质量、高效益实施分层作业,还需在实践中继续探索和创新.

参考文献

- [1] 王靓.初中数学多样化作业设计研究[J].基础教育课程,2022(20):48-54.
- [2] 佐藤学,钟启泉.“分层教学”有效吗[J].全球教育展望,2010,39(5):3-7.