

高考数学试题中的现实问题情境设置 分析与教学启示

——基于情境类型与问题解决作用的双重视角*

宋春立 (天津师范大学教育学部 300382)

李 健 (人民教育出版社课程教材研究所 100081)

摘 要 高考对于教学具有反拨作用.通过分析 2023 年六套高考数学试卷中的现实问题情境发现:2023 年高考数学试题兼顾五类情境的设置,展示了数学知识与现实世界中多方面的联系;高考试题愈发重视现实问题向数学问题的转化,以及用数学结果解释现实世界的过程.教师在教学中应该做到以下几点:增强意识,重视情境类型价值与情境在问题解决中的两个作用;优选资源,注意不同类型情境资源与高水平情境资源的选取;改进教学,引导学生亲自经历“现实”与“数学”的转化过程.

关键词 高考数学;问题情境;问题解决

文章编号 1004-1176(2024)01-0040-06

1 问题提出

考试与教学在本质上统一于育人,相互联系与促进^[1].而高考作为我国高中阶段最大规模的统一性考试之一,在客观上对于高中教学具有重要的引导作用.《中国高考评价体系》中明确指出^[2]:素质教育中,高考的核心功能是立德树人、服务选才、引导教学.因此我们不得不重视高考对教育的引导以及对教学的反拨作用.同时,《中国高考评价体系》还规定了“以情境为高考的考查载体,承载考查内容,实现考查要求”^[2].其中,由于现实情境与学生生活联系密切,对学生体会数学的应用价值、发展学生的核心素养具有重要的作用.

近年来,越来越多的学者开始关注高考数学试题中的情境设置.已有研究主要关注情境性材料的来源及设计理念、情境化试题的创设实施、不同类型情境化试题的比重差异,以及高考数学情境化试题如何凸显育人价值等方面^[3-6],从情境类型划分考查情境化试题的价值取向成为研究热点之一.除此之外,现实情境作为高考试题的载体,其对学生思维考查的功能极大地影响情境设置的价值,将有助于实现通过高考指导教学改革,这是缺乏深入探讨但又具有重要实践价值的研究领域.

根据上述分析,提出如下研究问题:(1)2023 年高考数学试题情境类型选择立意为何?(2)相较于 2022 年高考试题,2023 年高考试题中情境在问题解

决过程中的作用有何特点?(3)能对一线教师提出哪些教学建议?

2 研究设计

2.1 研究对象

研究选取 2023 年高考数学新课标 I 卷、新课标 II 卷、全国甲卷(文、理科)、全国乙卷(文、理科)中的现实问题情境为研究对象,并以 2022 年对应高考卷中的现实问题情境为比较对象.对于有多个设问的解答题,由于各小问有共同的题干,因此将其整体作为一个分析情境.

2.2 分析框架

基于 PISA 对试题情境的分类以及我国高中教学实际情况,王一粟等人提出根据问题情境与高中生经历的距离,将问题情境按由近及远划分为五类:个人情境、简单科学情境、职业情境、社会情境和高级科学情境^[7](表 1).针对研究问题(1),本文采用上述分类对 2023 年高考试题中的现实情境进行分析.

在 PISA 提出的“数学建模环”中,情境是沟通现实世界与数学世界的桥梁.在现实问题解决的过程中,情境具有双重作用,分别表现在“将现实情境问题表达为数学问题”与“将数学结果翻译为符合情境的结果”这两个过程中.因此,针对研究问题(2),研究采用李健等人提出的“现实问题解决中情境作用的二维分析框架”^[8](表 2),从表达维度与翻译维度分别对试题中现实情境的作用进行编码.

* 本文系人民教育出版社课程教材研究所“十四五”课题“适应大数据时代的中学统计内容研究”(KC2019-054)的研究成果.

表 1 现实情境类型的分类框架

情境类型	操作性定义
个人情境	在学生生活或教育环境中已经接触过的与个人、家庭及朋友相关的情境
简单科学情境	学生在物理、化学、生物、地理等课程中已经熟练掌握的科学知识和科学实验
职业情境	真实世界中的各种工作,涉及各种工种和各种技术水平
社会情境	地方、国家和世界范围内人类群体的情境
高级科学情境	学生暂时未学习过的科学知识,需要学生理解情境内容

表 2 现实问题解决中情境作用的二维分析框架

维度	水平	操作性定义
数学问题的表达	低水平	题目中已经完成问题的数学化,忽略现实情境也不会影响数学问题的表达
	中水平	需将现实问题转化为数学问题,但在此过程中无需基于现实情境补充必要的解题条件,也无需基于现实情境将开放的情境题转化为具体的数学问题
	高水平	在将现实问题表达为数学问题的过程中,以下条件至少满足其一:需基于现实情境补充必要的解题条件;需基于现实情境将开放的情境问题转化为具体的数学问题
数学结果的翻译	低水平	问题仅要求得到数学结果,无需将其返回到现实世界
	中水平	需将数学结果翻译为现实结果,但在此过程中无需基于现实情境对数学结果进行阐释说明,也无需基于现实情境决定数学结果是否满足现实问题要求
	高水平	在将数学结果翻译为现实结果的过程中,以下条件至少满足其一:需要基于现实情境对数学结果进行阐释说明;需要基于现实情境决定数学结果是否满足现实问题要求

2.3 研究过程

研究采用内容分析法,首先对 2023 年高考数学试题的情境类型进行归类编码;其次,根据分析框架对试题情境作用编码,并将低、中、高水平的问题情境分别赋值 1,2,3 分,计算每套试卷情境作用的水平;最后,对数据进行描述性统计,从而实现比较分析.

全部分析情境编码完成后,由第二编码者对情境进行二次编码检验.经计算得,情境分类及情境作

用两个维度 kappa 系数依次为 1.1 和 0.85,说明信度良好.对于编码不同的试题,共同协商决定最终编码.

3 研究结果

3.1 情境类型及立意分析

在分析的 2023 年六套高考数学试卷中,共出现 18 道现实情境化试题(其中全国乙卷文、理科第 17 题相同).分别从问题情境、知识点以及情境类型对这 18 道现实情境化试题进行归类整理(表 3).

表 3 2023 年高考数学情境化试题概述

试卷	题号	问题情境	知识点	情境类型
新课标 I 卷	10	噪声污染声压级测量	指数函数与对数函数	职业情境
	12	容器内放物体	立体几何(基本立体图形)	简单科学情境
	13	体育与艺术选修课选择	排列与组合	个人情境
	21	甲乙两人投篮的命中率	随机事件的条件概率、离散型随机变量及其分布列	个人情境
新课标 II 卷	3	体育运动调查	分层随机抽样	个人情境
	12	信号传输方案选择	随机事件的独立性	职业情境
	19	漏诊率与误诊率	随机事件与概率	高级科学情境
全国甲卷(理)	6	俱乐部报名	随机事件的条件概率	个人情境
	9	社区服务志愿者选择	排列与组合	社会情境
	19	药物生长抑制作用实验	离散型随机变量及其分布列、 2×2 列联表	高级科学情境

续表

试卷	题号	问题情境	知识点	情境类型
全国甲卷 (文)	4	选学生参加文艺汇演	两个基本计数原理	个人情境
	19	研究臭氧效应的小白鼠试验	用样本估计总体、 2×2 列联表	高级科学情境
全国乙卷 (理)	3	某零件外观	三视图	简单科学情境
	7	课外读物选择	排列与组合	个人情境
	17	橡胶产品伸缩率	均值与方差、连续型随机变量及其分布	职业情境
全国乙卷 (文)	3	某零件外观	三视图	简单科学情境
	9	作文比赛主题抽取	两个基本计数原理	个人情境
	17	橡胶产品伸缩率	用样本估计总体、连续型随机变量及其分布	职业情境

根据上述统计结果可知,2023 年高考数学情境化试题兼顾个人情境(7 个)、简单科学情境(3 个)、职业情境(4 个)、社会情境(1 个)及高级科学情境(3 个).每套试卷中至少涉及 1 个个人情境及 1 个简单科学情境/高级科学情境,既重视数学知识与学生日常学习生活的联系,也注重数学与生产及科学的联系,凸显了数学学科的现实意义与应用价值.

在个人情境的设置上,所涉情境贴近学生现实校园生活,拉进了数学与学生间的距离,引导学生注重艺体发展.例如新课标 I 卷第 21 题以甲乙两人轮流进行投篮为情境,考查概率及离散型随机变量分布列;新课标 II 卷第 3 题以学校对学生的体育运动情况进行调查为情境;全国甲卷(文)第 4 题以选择学生组织学校文艺汇演为情境.尤其是新课标 I 卷第 13 题,以要求学生在艺术类、体育类选修课中各选一门为情境,引导学生关注美育和体育.

简单科学情境的设置集中在立体几何问题,主要展现了立体几何知识在现实中的应用.

职业情境的设置,涉及现实中的不同工作.例如全国乙卷(文、理)第 17 题情境关注不同工艺生产中橡胶产品的伸缩率,属于劳动生产类;新课标 I 卷第 10 题以测量噪声污染的声压级为考查情境,新课

标 II 卷第 12 题以根据译码概率对信号传输方案进行选择为情境,属于科学职业类.这些职业情境的设置为学生充分展示了数学知识在不同职业中的应用,考查学生应用所学数学知识分析问题、解决问题的能力,有助于学生更好地认识未来可能从事的工作.

社会情境仅设置了志愿报名参加公益活动这一情境.该情境有助引导学生参加志愿活动,重视学生社会责任感的培养.

在高级科学情境的设置上,高考试题注重联系学生未学过的科学知识.如新课标 II 卷第 19 题,以合理平衡误诊率与漏诊率并制定相应的检测标准为考查情境,该问题的解决需要学生充分理解误诊率与漏诊率的概念,展示数学在医学中的应用;全国甲卷(理)第 19 题的药物生长抑制作用实验情境,以及全国甲卷(文)第 19 题的研究臭氧效应的小白鼠试验情境,则展示了数学在医药、生物等学科中的应用,可以培养学生热爱科学的精神.

3.2 情境在问题解决过程中的作用分析

(1)“表达”维度的情境作用分析

关于 2022 年与 2023 年高考情境化试题中不同“表达”水平的情境统计结果见表 4.

表 4 高考数学试题中不同“表达”水平的情境统计结果

年份	试卷	低水平		中水平		高水平		“表达”作用 得分	“表达”作用 每题平均分
		数量	百分比	数量	百分比	数量	百分比		
2022	新课标 I 卷	0	0.0%	2	100.0%	0	0.0%	4	2.00
	新课标 II 卷	1	33.3%	2	66.7%	0	0.0%	5	1.67
	全国甲卷(理)	1	33.3%	2	66.7%	0	0.0%	5	1.67
	全国甲卷(文)	1	25.0%	3	75.0%	0	0.0%	6	1.50
	全国乙卷(理)	1	25.0%	3	75.0%	0	0.0%	7	1.75
	全国乙卷(文)	0	0.0%	3	100.0%	0	0.0%	6	2.00
	总计	4	17.6%	15	82.4%	0	0.0%	31	1.63

续表

年份	试卷	低水平		中水平		高水平		“表达”作用 得分	“表达”作用 每题平均分
		数量	百分比	数量	百分比	数量	百分比		
2023	新课标 I 卷	0	0.0%	4	100.0%	0	0.0%	8	2.00
	新课标 II 卷	0	0.0%	3	100.0%	0	0.0%	6	2.00
	全国甲卷(理)	0	0.0%	3	100.0%	0	0.0%	6	2.00
	全国甲卷(文)	0	0.0%	2	100.0%	0	0.0%	4	2.00
	全国乙卷(理)	2	66.7%	1	33.3%	0	0.0%	4	1.33
	全国乙卷(文)	2	66.7%	1	33.3%	0	0.0%	4	1.33
	总计	4	22.2%	14	77.8%	0	0.0%	32	1.78

由表 4 可知,2023 年高考试题中,处于“表达”中水平的情境占比最多(77.8%),尤其是除全国乙卷外,其余试卷中“表达”呈低水平的情境数为 0,这表明 2023 年高考数学试题更加重视考查学生理解现实情境并从中抽象出数学关系的能力. 全国乙卷中虽然有情境“表达”呈低水平的试题,此类试题直接给出数学元素及其关系,对于学生数学抽象能力考查较弱,但向学生呈现了相应数学知识可能的应用领域. 下面以例 1 为例,对“表达”维度为中水平的试题进行具体说明.

例 1 (2023 新课标 II 卷第 3 题) 某学校为了解学生参加体育运动的情况,用比例分配的分层随机抽样法作抽样调查,拟从初中部和高中部两层共抽取 60 名学生,已知该校初中部和高中部分别有 400 和 200 名学生,则不同的抽样结果共有().

- A. $C_{400}^{45}C_{200}^{15}$ 种
- B. $C_{400}^{20}C_{200}^{40}$ 种
- C. $C_{400}^{30}C_{200}^{30}$ 种
- D. $C_{400}^{40}C_{200}^{20}$ 种

解决例 1 中的问题时,需要根据情境提供的信息找到初中部与高中部学生数间的关系、初中部与高中部抽取学生数的关系及数量,进而实现问题的数学化,故该试题的情境“表达”呈中水平.

从 2023 年与 2022 年高考数学试卷中情境“表达”水平的对比看,其“表达”水平总体得分略有提高,总体“表达”水平每题平均分也略有提高. 除全国乙卷外的其他试卷中“表达”呈低水平的情境所占比例均明显下降,中水平的情境所占比例则明显上升,“表达”水平每题平均分均明显提高,尤其是新课标 I、II 卷,总体得分也有明显提高. 这显示出高考命题越来越重视考查数学问题“表达”的过程,重视对学生抽象能力的考查.

(2)“翻译”维度的情境作用分析

关于 2022 年与 2023 年高考情境化试题中不同“翻译”水平的情境统计结果见表 5.

表 5 高考数学试题中不同“翻译”水平的情境统计结果

年份	试卷	低水平		中水平		高水平		“翻译”作用 得分	“翻译”作用 每题平均分
		数量	百分比	数量	百分比	数量	百分比		
2022	新课标 I 卷	0	0.0%	2	100.0%	0	0.0%	4	2.00
	新课标 II 卷	1	33.3%	2	66.7%	0	0.0%	5	1.67
	全国甲卷(理)	1	33.3%	2	66.7%	0	0.0%	5	1.67
	全国甲卷(文)	0	0.0%	4	100.0%	0	0.0%	6	1.50
	全国乙卷(理)	1	25.0%	3	75.0%	0	0.0%	7	1.75
	全国乙卷(文)	1	33.3%	2	66.7%	0	0.0%	5	1.67
	总计	4	23.5%	15	76.5%	0	0.0%	30	1.58
2023	新课标 I 卷	2	50.0%	2	50.0%	0	0.0%	6	1.50
	新课标 II 卷	1	33.3%	2	66.7%	0	0.0%	5	1.67
	全国甲卷(理)	0	0.0%	3	100.0%	0	0.0%	6	2.00
	全国甲卷(文)	0	0.0%	2	100.0%	0	0.0%	4	2.00
	全国乙卷(理)	1	33.3%	2	66.7%	0	0.0%	5	1.67
	全国乙卷(文)	1	33.3%	2	66.7%	0	0.0%	5	1.67
	总计	5	27.8%	13	72.2%	0	0.0%	31	1.72

由表5可知,2023年高考数学情境化试题中“翻译”水平处于中水平的情境占比最多(72.2%),尤其是全国甲卷试题情境“翻译”水平全部为中水平.这类问题是以现实问题的形式提出的,学生仅仅计算出数学结论是不够的,还需要在此基础上找到其与现实情境的联系,这较好地向学生展示了数学在现实世界中的落脚点.接下来以例2作具体说明.

例2 (新课标Ⅱ卷第12题选项D)在信道内传输0,1信号,信号的传输相互独立.发送0时,收到1的概率为 α ($0 < \alpha < 1$),收到0的概率为 $1-\alpha$;发送1时,收到0的概率为 β ($0 < \beta < 1$),收到1的概率为 $1-\beta$.考虑两种传输方案:单次传输和三次传输.单次传输是指每个信号只发送1次,三次传输是指每个信号重复发送3次.收到的信号需要译码,译码规则如下:单次传输时,收到的信号即为译码;三次传输时,收到的信号中出现次数多的即为译码(例如,若依次收到1,0,1,则译码为1).

D. 当 $0 < \alpha < 0.5$ 时,若发送0,则采用三次传输方案译码为0的概率大于采用单次传输方案译码为0的概率

对于例2,设发送0时,三次传输方案译码为0的概率为 p_1 ,单次传输方案译码为0的概率为 p_2 ,通过计算得到,当 $0 < \alpha < 0.5$ 时, $p_2 - p_1 < 0$,即 $p_2 < p_1$,在得到该数学结果后,还需要将其“翻译”成其在现实问题中的意义,即“当 $0 < \alpha < 0.5$ 时,若发送0,则采用三次传输方案译码为0的概率大于采用单次传输方案译码为0的概率”.因此,该情境的“翻译”水平为中水平.

从2023年与2022年高考数学试卷中情境“翻译”水平的对比看,“翻译”水平总体得分略有提高,总体“翻译”水平每题平均分也有提高,情境“翻译”水平均为低水平与中水平,比例变化不大.具体来看,新课标Ⅰ卷虽“翻译”呈中水平情境百分比有所下降,“翻译”水平每题平均分有所降低,但“翻译”呈中水平情境数量并未减少,仅是额外增加了两个低水平情境;新课标Ⅰ卷、Ⅱ卷以及全国甲卷(理)、全国乙卷(文)的“翻译”水平总体得分与每题均分均保持原有水平或有所上升.这表明高考试题的情境设置比较重视数学答案向现实背景的“翻译”过程,但同时也考虑“翻译”呈低、中水平的情境的平衡.

4 结论与启示

4.1 结论

研究结论主要为两个方面:

第一,通过对2023年高考数学试卷中的情境进

行归类,发现2023年高考数学试题在重视学生熟悉的个人情境及简单科学情境的同时,兼顾到了职业情境、社会情境及高级科学情境的设置,较好地展示了数学知识与现实世界中多方面的联系.

第二,对比2023年与2022年高考数学试题中的情境水平,发现高考试题越来越重视情境的“表达”水平与“翻译”水平,即越来越重视现实问题向数学问题的转化过程,以及用数学结果解释现实世界的过程.

4.2 启示

结合“以情境为载体”的要求在2023年高考数学试题中的落实情况,教师在教学中应该增强情境意识、优选情境资源、改进情境教学,从三方面入手,一步步加深“以情境为载体”这一要求在日常教学中的落实.

(1) 增强意识:重视情境类型价值与情境在问题解决中的两个作用

研究显示,高考数学试题不仅关注不同类型情境的价值,还愈发重视情境在现实问题解决的“表达”与“翻译”维度上的作用.因此,首要建议是增强教师从上述两个方面认识情境的意识.

首先,从各类型情境的价值来看:个人情境与简单科学情境展示学生学习和生活中的用途,尤其是与艺术、体育等相关的情境对于引导学生参加文体活动具有积极作用;社会情境如志愿活动报名等对于引导学生参与社会实践、重视社会责任感具有一定价值;职业情境与高级科学情境对学生来说相对比较陌生,这类情境的应用一方面是可以为学生展示数学在现实中更高阶的应用,另一方面是陌生的情境为学生抽象能力的发展提供了更大空间.由此来看,各类情境各有其价值所在,教师应对各类情境的价值有不同认识.

其次,关于情境在问题解决中的作用:情境的“表达”是由现实世界沟通数学世界的过程,但部分教师在教学中往往容易忽视其重要性,缺乏培养学生在真实情境中抽象、理解问题的能力.教师应意识到,让学生经历从真实情境中对各种因素进行综合分析 & 处理,抽象出其中蕴含的数学内容,对于培养学生理解题意、筛选信息、构建模型的能力具有重要的作用^[9].情境的“解释”是由数学结果返还现实世界的过程,教师应意识到这一过程体现了数学的现实意义,有助于实现现实问题解决这一最终目的.具体而言,教师应意识到通过这一作用可以让学生感受数学的应用价值、加深学生对数学应用的理解、培养学生的数学应用能力.

(2) 优选资源:注意不同类型情境资源与高水平情境资源的选取

工欲善其事,必先利其器.仅仅加强教师对情境的意识显然是不够的,获得能够服务情境教学的资源也非常必要.

一方面,教师应注意所选情境资源的多样性.个人情境与社会情境贴近学生生活,可以拉近数学与学生间的距离,恰当的情境对于学生发展具有一定的引导作用.例如,与艺体相关的情境可以引导学生关注美育与体育的发展;与志愿活动等社会生活相关的情境可以引导学生增强社会责任感等.虽然选取学生熟悉的个人情境与社会情境最显重要,但也应注意选取一些于学生而言相对陌生的高级科学情境或职业情境作为教学资源,它们将有助于培养学生的抽象能力及创新思维.如使用漏诊率与误诊率检测标准的制定、生物体死亡后体内碳含量的衰减等学生较为陌生的情境时,学生需要具有良好的数学阅读素养,才能从情境中提取关键信息,抽象出数学问题并思考处理问题的合理方式.

另一方面,在教师的日常教学中,有必要加强对在问题解决中起高水平作用的情境的选择.取乎其上,得乎其中;取乎其中,得乎其下.虽然2023年数学高考试题中并未涉及情境“表达”与“翻译”呈高水平的试题,但教师在日常教学资源的选取中应该适当挑选“表达”与“翻译”呈高水平的情境,让学生将开放的现实情境问题转化为具体的数学问题,并基于现实情境对数学结果进行判断或阐释说明,培养学生的高阶思维能力与创新应用意识.例如人教A版高中数学教科书中就有很多此类问题情境,解决相关情境所涉问题时将有助发展学生的分析与评价等高阶思维能力^[10].

(3) 改进教学:引导学生亲自经历“现实”与“数学”的转化过程

结合对高考试题中的情境分析与当下的一线教学实际情况,教师在教学中应注意引导学生亲自经历“现实”与“数学”的转化过程,即从现实世界抽象出数学内容的过程,以及从数学结果返还现实世界的过程.

具体而言,教师应引导学生亲身经历从现实背景中分析归纳、提炼数量关系与空间形式的数学表达并得出模型,而非直接帮助学生完成数学抽象这一过程,不能直接帮助学生把问题的关键因素暴露出来,要提供足够的空间让学生自己发现问题^[11].此外,教师还应注重引导学生基于现实情境对数学

结果作出判断或进行阐释说明.在教学过程中,教师不宜将问题一股脑地讲解至数学结果的获得,而应该尽量让学生亲身经历完整的问题解决过程,通过解决真实情境问题,使学生将获得的知识与经验有效迁移到社会生活的问题解决中.如人教A版高中数学教科书必修第一册第三章第四节中的一道产品销售问题第(2)问,要求根据所求函数的图象对该公司的经济效益作出简单分析.针对上述问题,在教学中不能简单要求学生作出图象就停止,还需要学生根据图象对现实情境中的问题作出分析.

为了更好地改进教学,教师不仅要注重日常教学过程,更要注重及时地进行教学反思,反思如何引导学生体会数学抽象过程与返还现实过程中的经验,反思如何使学生更好地经历数学抽象与数学建模过程.这有助于教师更好地引导学生亲自经历“现实”与“数学”的转化过程.

参考文献

- [1] 姜钢.论高考“立德树人、服务选才、引导教学”的核心功能[J].中国高等教育,2018(11):31-35.
- [2] 教育部考试中心.中国高考评价体系[M].北京:人民教育出版社,2019:6-7.
- [3] 柯跃海.高考数学试题情境的创设实践[J].中国考试,2020(6):1-9.
- [4] 赵轩,任子朝,翟嘉祺.高考数学科情境化试题设计研究[J].数学通报,2021,60(12):1-3,66.
- [5] 倪黎,茹凯,颜宝平.“数学建模”核心素养试题分析与命题探索[J].数学教育学报,2022,31(2):69-76.
- [6] 张晓斌,潘文荣,段喜玲,等.基于高考评价体系的2022年新高考数学全国Ⅱ卷特点分析[J].数学通报,2023,62(2):36-39.
- [7] 王一粟,范良火.从情境视角分析我国最新高中数学教科书的数学应用特征[J].课程·教材·教法,2023,43(5):109-116.
- [8] 李健,李海东.情境在现实问题解决中的作用——基于5套人教版初中数学教科书的纵向比较[J].数学教育学报,2021,30(4):30-34,40.
- [9] 李健,童莉.高考评价体系中“应用性”与“创新性”要求——基于2020年高考数学试卷中问题情境的分析[J].基础教育课程,2020(15/16):18-22.
- [10] 李健,李海东.高中生高阶思维能力的培养——基于数学教科书使用的视角[J].基础教育课程,2022(17):36-42.
- [11] 蔡亚萍.基于真实情境问题解决的教学设计[J].电化教育研究,2011(6):73-75,80.